

Cuidados com as regras da matemática elementar!

Por: Guilherme Calderano

A matemática é rica em teoremas, axiomas e muitas regras. Tais regras dependem diretamente das operações elementares da matemática e a evolução do conhecimento, às vezes, depende da boa administração dessas regras. É muito comum alguns erros de fatoração, potenciação, radiciação, além de dúvidas acerca do que se deve ou não “cortar” na matemática. Eis algumas situações de erros, extremamente presentes no cenário da matemática escolar:

Vejamos algumas:

Erro 1: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$. Quando somamos duas ou mais frações, NÃO podemos somar numeradores e denominadores sucessivamente. Se os denominadores forem diferentes, devemos criar frações com denominadores iguais, sem perder o “peso” fracionário, ou seja, esse processo é conhecido como extração do mínimo múltiplo comum dos denominadores (mmc). Na verdade, quando os denominadores são números primos, o (mmc) será o produto deles.

Simbolicamente, temos que $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cd}{bd}$. Lembre-se. Obtido o mmc dos denominadores, devemos dividi-lo por cada denominador e posteriormente multiplicar pelos respectivos numeradores.

$$\text{Ex: } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{15+10+12}{30} = \frac{37}{30} \quad (\text{Nesse caso, os números 2,3 e 5 são todos primos}).$$

$$\text{Ex: } \frac{3}{4} - \frac{1}{10} + 6 = \frac{15-2+120}{20} = \frac{133}{20} \quad (\text{Nesse caso, o 20 é o menor número que é divisível por 4, 10 e 1 ao mesmo tempo}).$$

Erro 2: $(a+b)^n = a^n + b^n$. Muito comum em exercícios de álgebra, geometria, etc. Retrata uma total falta de entendimento no conceito de potenciação. É sabido que a potenciação é uma operação de multiplicação de fatores iguais. A saber: $a^n = \underbrace{a.a.a.a.a\dots a}_{n\text{vezes}}$. E não é diferente com potências de bases polinomiais.

Assim, para $n = 2$ e $n = 3$, escrevemos:

$$* \quad (a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$$

$$* \quad (a+b)^3 = (a+b)^2(a+b) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\text{Ex: } (2x+3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$\text{Ex: } (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 3 - 2\sqrt{6} + 2 = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$\text{Ex: } (1+3a)^3 = (1)^3 + 3(1)^2(3a) + 3(1)(3a)^2 + (3a)^3 = 1 + 9a + 27a^2 + 27a^3$$

Erro 3: $\frac{ax+b}{a} = x+b$. Eis um problema muito sério! A idéia das simplificações de frações está intimamente relacionada com os critérios de fatoração. Neste caso, NÃO podemos “cortar” o a , pois ele não é um *fator comum* do numerador. Geralmente simplificamos frações quando o numerador e denominador têm fatores iguais.

Assim:
$$\frac{ax+bx+cx}{dx} = \frac{x(a+b+c)}{dx} = \frac{(a+b+c)}{d}$$

Ex:
$$\frac{6x^2-12d^3+36}{24k^2} = \frac{6(x^2-2d^3+6)}{6.4k^2} = \frac{x^2-2d^3+6}{4k^2}$$

Ex:
$$\frac{7(a^2-b^2)}{(a+b)} = \frac{7(a+b)(a-b)}{(a+b)} = 7(a-b), \text{ com } (a+b) \neq 0$$

Ex: $2a^2b = 8ab \rightarrow 2a.ab = 8ab \rightarrow 2a = 8, \rightarrow a = 4$. (Neste caso temos de garantir que $a.b \neq 0$)

Erro 4: $a+b\sqrt{c} = (a+b)\sqrt{c}$. Aqui, a parcela irracional impede a soma dos números a e b . O máximo que podemos fazer é expressar a resposta de uma forma fatorada.

Ex: $5\sqrt{3} + 2 \neq 7\sqrt{3}$

Ex: $\sqrt{8} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$ (Observe que $8 = 2^2.2$)

Ex: $6\sqrt{3} + 4\sqrt{2} - \sqrt{12} = 6\sqrt{3} + 4\sqrt{2} - 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} + 4\sqrt{2} = 4(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

É importante ainda lembrar que $\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b} \neq \sqrt[n]{a+b}$.

Os erros em Matemática possuem dimensões diversas: Errinhos bobos, de sinais, visivelmente por falta de atenção, em que TODOS nós somos vítimas! Mas cuidado, existem erros quase imperdoáveis! São aqueles que desprezam toda a parte conceitual da matemática. Concordo que um bom aluno não deve ser apenas um decorador de fórmulas e regras. Isso não adiantaria sem a busca constante dos significados matemáticos e suas aplicações.

Meu objetivo com esse texto é apenas elencar alguns erros comuns na matemática elementar apresentando suas correções e não discuti-los!

No próximo artigo tratarei da importância da Geometria no Ensino Fundamental e Médio.